COLEGIO INSTITUTO TECNICO INTERNACIONAL I.E.D.

Asignatura: *Algebra*

Docente: *Alejandra Milena Marta Rivera*
Grado: *Noveno*
I Periodo Académico 2020

Indicaciones

Antes de iniciar a desarrollar la guía, lee detenidamente las indicaciones.

1. *La guía debe ser realizada en el cuaderno de Algebra.*
2. *Escribe en la parte superior derecha de las hojas de tu cuaderno la(s) fecha(s) en la(s) que desarrollaste el o los puntos de la guía.*
3. *Los enunciados deben escribirse en la medida en que se desarrolle la guía*
4. *Cualquier duda e inquietud que surja de la temática o del contenido de la guía escribir clara y detalladamente, en los horarios de clase, al correo* algebra2020.citi.jt@gmail.com

Estrategia pedagógica: *Guía Semana 3*
Marzo 30 - Abril 3

POTENCIACION Y RADICACION DE NUMEROS REALES

1. Lee con atención la siguiente situación.

Piedad comparte en Facebook la imagen del tesoro con 4 de sus amigos.

Luego, cada amigo comparte con 4 amigos diferentes, la misma imagen.
Nuevamente, cada amigo comparte con 4 amigos diferentes más, la misma imagen.

- ***a.*** *¿En el siguiente paso a cuantas personas se les compartirá el anuncio?*
- ***b.*** *Realiza un diagrama de árbol que ejemplifique la cantidad de personas con las que se ha compartido la imagen en cuatro niveles.*
- ***c.*** *Observa el diagrama que realizaste y determina las expresiones que describen la cantidad de personas con las que se ha compartido la imagen en cada nivel.*

En tu cuaderno escribe los conceptos, ejemplos y propiedades de la potenciación de números reales que se desarrollan a continuación

POTENCIACION DE NUMEROS REALES

La potenciación es la operación que permite expresar en forma simplificada la multiplicación de varios factores iguales.

Por ejemplo:

$$(-5).(-5).(-5) = -125 \text{ y se puede expresar como } (-5)^3 = -125$$

Siendo en este caso, (-5) la base, 3 el exponente y -125 la potencia.

El exponente nos indica cuantas veces la base se multiplica por sí misma.

En la potenciación de números reales el exponente puede ser un entero positivo, entero negativo o cero.

Es decir:

- Si $n \in Z^{+}$ y $a \in R$ (Si n pertenece al conjunto de los números enteros positivos y a pertenece al conjunto de los números reales), entonces se cumple que:

$$\underbrace{a.a.a.a.a.a \dots a}_{n\, veces} = a^n$$

- Si $n \in Z^{-}$ y $a \in R$ (Si n pertenece al conjunto de los números enteros negativos y a pertenece al conjunto de los números reales), entonces se cumple que:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- Si $n = 0, a \neq 0$ y $a \in R$ (Si n es igual a cero, a es diferente de cero y a pertenece al conjunto de los números reales), entonces,

$a^0 = 1$, lo que significa que cualquier número real elevado a la potencia cero es igual a uno.

Propiedades de la potenciación de números reales

Las propiedades de la potenciación son reglas generales que se utilizan para simplificar expresiones numéricas y algebraicas.

Si $a, b \in R$ (a, b pertenecen al conjunto de los números reales) y $m, n \in Z$ (m, n pertenecen al conjunto de los números enteros) , se cumplen las siguientes propiedades:

Propiedad	Explicacion	Generalidad	Ejemplo
Producto de potencias de igual base	Para multiplicar dos potencias de igual base y diferente exponente se deja la misma base y se suman los exponentes. Es decir:	$a^n . a^m = a^{n+m}$	$x^3 . x^4 = x^{3+4} = x^7$
Cociente de potencias de igual base	Para dividir dos potencias de igual base y diferente exponente se deja la misma base y se suman los exponentes. Es decir:	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{z^5}{z^2} = z^{5-2} = z^3$
Potencia de una potencia	Para elevar una potencia a un exponente, se deja la misma base y se multiplican los exponentes. Es decir:	$(a^n)^m = a^{n.m}$	$(y^3)^4 = y^{3.4} = y^{12}$
Potencia de un producto	Todo producto elevado a un exponente es igual al producto de las potencias de cada factor. Es decir:	$(a. b)^n = a^n . b^n$	$(xy)^4 = x^4 y^4$
Potencia de un cociente	Todo cociente elevado a un exponente es igual al cociente de las potencias del dividendo y del divisor. Es decir:	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{r}{s}\right)^5 = \frac{r^5}{s^5}$
Potencia con exponente uno	Todo número real elevado al exponente uno, da como resultado el mismo número real. Es decir:	$a^1 = a$	$x^1 = x$
Potencia con exponente negativo	Toda potencia con un exponente negativo es igual al inverso multiplicativo de la base, elevada al exponente positivo. Ed decir:	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(\frac{x}{y}\right)^{-4} = \left(\frac{y}{x}\right)^4$

La notación científica

La notación científica se utiliza para representar números muy grandes o muy pequeñas utilizando potencias de base diez y exponentes enteros.

Un numero esta expresado en notación científica si está escrito de la forma

$$a \times 10^n$$

Donde $a \in R, n \in Z$ *y* $1 \leq a < 10$

La notación científica se utiliza en algunas ciencias, como la Astronomía o la Biología. Por ejemplo, el diámetro del Sol es aproximadamente 1.400.000.000 m. Esta distancia se expresa en notación científica como 1,4 x 10^9 m.

Para expresar cantidades en notación científica, se deben tener en cuenta tres casos:

1. **Cuando la cantidad es entera:** En este caso se pone la coma después de la primera cifra entera y se multiplica por una potencia de diez cuyo exponente sea igual al número de cifras que hay después de la coma.

   Por ejemplo:

   1.256 (mil doscientos cincuenta y seis) escrito en notación científica sería 1,256 x 10^3. A partir del 6 se corrió la coma tres espacios hacia la izquierda hasta el 1 que es el último valor de la izquierda por lo cual el expone corresponde a 3.

2. **Cuando la cantidad es decimal con dos o más cifras en su parte entera:** En este caso se corre la coma decimal para que quede después de la primera cifra y se multiplica por una potencia de diez cuyo exponente sea igual al número de cifras que se corrió la coma.

   Por ejemplo:

   24.586,36 escrito en notación científica sería 2,458636 x 10^4. En este caso la coma se corrió tres lugares hacia la izquierda hasta legar a 2 por lo cual el exponente es 4.

3. **Cuando la cantidad es decimal pero su parte entera es cero:** En este caso se separa la primera cifra decimal distinta de cero colocando una coma a su derecha y se multiplica por una potencia de diez elevada a la menos el número de cifras desplazadas a la derecha.

   Por ejemplo:

   0,0217 escrita en notación científica sería $2{,}17 \text{ x } 10^{-2}$. La coma tuvo que correrse hasta un valor que no fuera cero, en este caso correrla hacia la derecha dos espacios, el exponente es 2 y como el desplazamiento fue opuesto al de los ejemplos anteriores (hacia la derecha) por ello es que queda con exponente negativo.

Para expresar un número escrito en notación científica a notación convencional, se corre la coma según el número que indique el exponente, realizando así el proceso inverso de los casos vistos antes.

Por ejemplo:

Si tenemos $1{,}2345 \text{ x } 10^{3}$ entonces si el exponente es 3 significa que devolveremos 3 lugares la coma, en este caso hacia la derecha 1234,5.

Pero si el valor que tenemos es $4{,}523 \text{ x } 10^{-4}$, al ser el exponente 4 negativo significa que la coma debe correrse 4 lugares hacia la izquierda es decir, que el valor original inicia con cero 0,0004523. Recuerda que, si no hay valores a la izquierda para correr la coma entonces, se completa con ceros hasta completar la cantidad de lugares que corresponda.

Operaciones con números en notación científica

Para realizar operaciones con números escritos en notación científica, se efectúan las operaciones entre los números que aparecen antes de las potencias de 10. Luego, se aplican las propiedades de la potenciación entre las potencias de 10, si es necesario.

Para sumar o restar números en notación científica se debe tener en cuenta que:

- Cuando las potencias de 10 tienen igual exponente, se factoriza la potencia de 10 y se operan los otros números

  Por ejemplo:

  $$(7{,}2941 \text{ x } 10^{7}) + (21{,}47 \text{ x } 10^{7})$$

  Primero se factoriza la potencia de 10, en este caso 10^{7}

  $$= (7{,}2941 + 21{,}47) \text{ x } 10^{7}$$

  Después, se realiza la suma de decimales. El resultado es:

  $$\begin{array}{r} 7{,}2941 \\ +21{,}4700 \\ \hline 28{,}7641 \end{array}$$

  El resultado es:

  $$\mathbf{= 28{,}7641 \text{ x } 10^{7}}$$

- Cuando las potencias de 10 tienen diferente exponente, se expresan los números con una misma potencia de 10. Luego se factoriza y se operan los otros números.

  Por ejemplo:

  $$(6{,}784 \text{ x } 10^{5}) - (9{,}35 \text{ x } 10^{3})$$

  Primero se expresa ambos números con la misma potencia de 10.

  $$(6{,}784 \text{ x } 10^{5}) - (0{,}0935 \text{ x } 10^{5})$$

  Luego, se factoriza la potencia de 10, en este caso 10^{5}

  $$(6{,}784 - 0{,}0935) \text{ x } 10^{5}$$

Después, se realiza la resta de decimales. El resultado es:

$$\begin{array}{r} 6{,}7840 \\ -0{,}0935 \\ \hline 6{,}6905 \end{array}$$

El resultado es:

$$= \mathbf{6{,}6905 \text{ x } 10^5}$$

Para multiplicar o dividir números en notación científica se multiplican y dividen las partes enteras o decimales de los números y las potencias de 10 aplicando las propiedades de la potenciación.

Por ejemplo:

$$(\ 7{,}83 \text{ x } 10^3) x\ (3{,}67 \text{ x } 10^4)$$

Primero, se multiplican los números decimales y las potencias de 10, aplicando las propiedades de la potenciación.

$$(7{,}83 \text{ x } 3{,}67) \text{ x } (10^3 \text{ x } 10^4)$$

$$\begin{array}{r} 7{,}83 \\ \text{x} \quad 3{,}67 \\ \hline 5481 \\ 4698\ \ \\ +\quad 2349\ \ \ \ \\ \hline 28{,}7361 \end{array}$$

$$(10^3 \text{ x } 10^4)$$

El resultado es:

$$= \mathbf{28{,}7361 \text{ x } 10^7}$$

Conceptualización

2. *Completa*

a. Usando notación exponencial, podemos escribir el producto $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ como ______.

b. En la expresión 3^4, el número 3 se denomina______, y el número 4 se llama______.

c. Cuando multiplicamos dos potencias con la misma base, ______ los exponentes. Por tanto, $3^4 \cdot 3^5 =$ ______.

d. Cuando dividimos dos potencias con la misma base, ______ los exponentes. Por tanto, $\frac{3^5}{3^2} =$ ______.

3. *Simplifica cada expresión*

a. x^8x^2 ***b.*** $(3y^2)(4y^5)$ ***c.*** $\frac{x^6}{x^{10}}$

d. $\frac{y^{10}y^0}{y^7}$ ***e.*** $\frac{x^6}{x^{10}}$ ***f.*** $(2y^2)^3$

g. $(8x)^2$ ***h.*** $(a^2a^4)^3$ ***i.*** $\left(\frac{a^2}{4}\right)^3$

j. $(2a^3a^2)^4$ *k.* $\left(\frac{3x^4}{4x^2}\right)^2$

4. *Escribe cada número en notación científica*

a. 69,300,000 *b.* 7,200,000,000,000

c. 0.000028536 *d.* 0.0001213

e. 129,540,000 *f.* 7,259,000,000

g. 0.0000000014 *h.* 0.0007029

5. *Escribe cada número en notación decimal*

a. 3.19×10^5 *b.* 2.721×10^8

c. 2.670×10^{-8} *d.* 9.999×10^{-9}

e. 7.1×10^{14} *f.* 6×10^{12}

g. 8.55×10^{-3} *h.* 6.257×10^{-10}