

8. MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Un objeto que es lanzado al aire sin fuerza de propulsión propia recibe el nombre de PROYECTIL. Como ejemplos tenemos el movimiento de una bala, el lanzamiento de un balón, la trayectoria descrita por una flecha, o una carga soltada desde un avión.

9. LANZAMIENTO HORIZONTAL O MOVIMIENTO SEMIPARABOLICO

Es el movimiento que describe un proyectil cuando se dispara horizontalmente desde cierta altura y con una velocidad inicial v_{ix} . Bajo estas condiciones el vector de la velocidad inicial v_{ix} es perpendicular a la aceleración de la gravedad g .

Si se desprecia la resistencia ejercida por el aire, y el proyectil es lanzado horizontalmente, la única fuerza que actúa sobre el proyectil es su peso $P = mg$, que provoca que su trayectoria se desvíe de una línea recta.

Si un objeto se lanza horizontalmente, la mejor manera de describir su movimiento es considerar por separado el movimiento horizontal y el vertical. Por ejemplo, en la figura 5, un dispositivo electrónico está ajustado para lanzar al mismo tiempo una pelota horizontalmente, mientras deja caer otra, desde su posición de reposo, juntas a la misma altura. La **velocidad horizontal** de la pelota lanzada no cambia, como lo indican las flechas, que son de la misma longitud a lo largo de toda su trayectoria. En cuanto a la **velocidad vertical**, es cero al principio y aumenta de manera uniforme de acuerdo con las ecuaciones obtenidas anteriormente para el movimiento en la dirección vertical. Las pelotas caerán libremente y golpearán el suelo al mismo tiempo, a pesar de que una de ellas fue lanzada horizontalmente con una velocidad inicial y por ende, se mueve también horizontalmente.

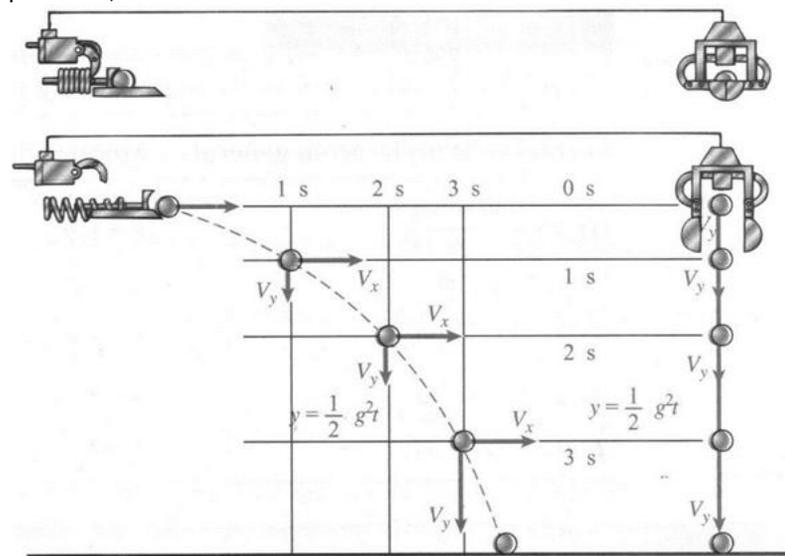


Figura 5.

Las mismas ecuaciones generales para el Movimiento Uniformemente Variado también se aplican al movimiento de proyectiles. Al ser lanzado un cuerpo, su aceleración vertical será igual a 10 m/s^2 y siempre estará dirigida hacia abajo. Entonces, si se considera que el sentido ascendente sea positivo, la aceleración de un proyectil será negativa e igual a la aceleración de la gravedad. Se pueden indicar las componentes de la velocidad mediante los subíndices apropiados. Por ejemplo, si queremos expresar el movimiento vertical en función del tiempo se puede escribir:

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}at^2,$$

en donde y representa el desplazamiento vertical, v_{oy} la velocidad vertical inicial, y g la aceleración de la gravedad (igual a 10 m/s^2).

Consideremos primero el movimiento de un proyectil lanzado horizontalmente en un campo gravitacional. En este caso:

$$v_{ox} = v_x, \quad v_{oy} = 0, \quad a_x = 0, \quad a_y = g = 10 \text{ m/s}^2.$$

porque la velocidad horizontal es constante y la velocidad vertical es inicialmente igual a cero. Por ello, los desplazamientos horizontal y vertical del proyectil pueden hallarse a partir de:

$$x = v_{ox} \cdot t \quad \text{Desplazamiento horizontal.}$$

$$y = v_{oy} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \text{Desplazamiento vertical.}$$

Como $v_f = v_o + g \cdot t$, se pueden determinar las componentes horizontal y vertical de la velocidad final a partir de:

$$v_x = v_{ox} \quad \text{Velocidad horizontal.}$$

$$v_y = v_{oy} + g \cdot t \quad \text{Velocidad vertical.}$$

Entonces, el desplazamiento final y la velocidad de un cuerpo lanzado horizontalmente se pueden hallar a partir de sus componentes.

Veamos ahora, una pelotica que rueda y sale del extremo de una mesa con una velocidad inicial v_{ox} en dirección horizontal (figura 6). El vector de la velocidad v a cada momento apunta en la dirección del movimiento en ese instante, y siempre es tangente a la trayectoria. De acuerdo con las ideas de Galileo, hay que tratar por separado las componentes horizontal v_x y vertical v_y de la velocidad, aplicando las ecuaciones cinemáticas respectivas. Cuando el tiempo inicial es cero ($t = 0 \text{ s}$), una vez que la pelota abandona la mesa, experimenta una aceleración vertical hacia abajo igual a g (aceleración de la gravedad). Así, v_y aumenta continuamente en dirección hacia abajo hasta que la pelota pega en el suelo. De acuerdo con la ecuación $v_y = v_{oy} + g \cdot t$, se puede afirmar que $v_y = g \cdot t$,

porque la velocidad inicial v_{0y} en la dirección vertical es cero. Además, el desplazamiento vertical y hacia abajo, en este caso está dado por: $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$.

En la componente horizontal del movimiento no hay aceleración en la dirección horizontal, pues la componente horizontal de la velocidad v_x , permanece constante, igual a su valor inicial v_{0x} , y, por lo mismo, tiene igual magnitud en cada punto de la trayectoria. Las componentes v_x y v_y se pueden sumar vectorialmente para obtener la velocidad v en cada punto de la trayectoria, como se ve en la figura 5.

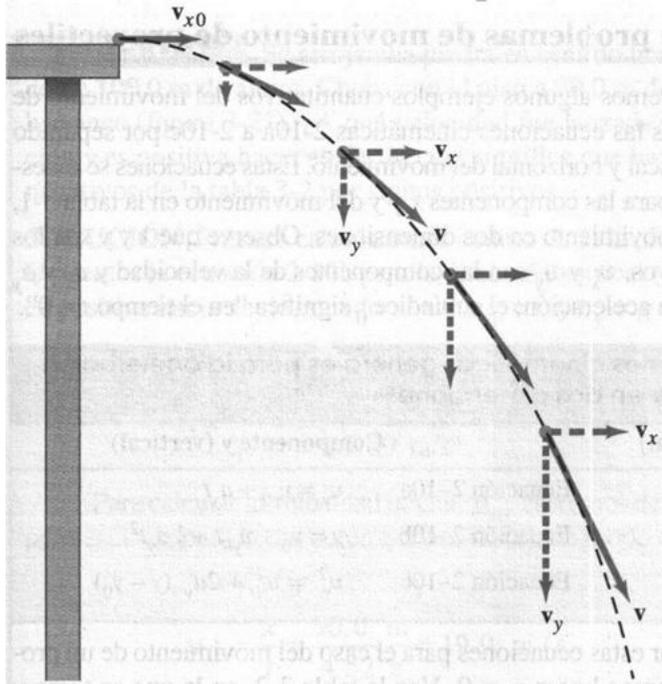


Figura 6.

10. CARACTERÍSTICAS DEL LANZAMIENTO HORIZONTAL

Si un objeto se lanza horizontalmente, la mejor manera de describir su movimiento es considerar por separado sus movimientos vertical y horizontal.

Como la aceleración de caída libre g de un proyectil es constante durante todo el movimiento y está dirigida hacia abajo, la TRAYECTORIA descrita por el proyectil, siempre será una parábola.

A) El movimiento de un proyectil lanzado horizontalmente está compuesto por dos movimientos: un movimiento rectilíneo uniforme en el eje x y otro rectilíneo uniformemente acelerado en el eje y . La combinación de estos dos movimientos determina la trayectoria que describe el proyectil.

B) El proyectil se mueve en la dirección horizontal siempre con la misma velocidad horizontal v_x , es decir que recorre distancias iguales en tiempos iguales, o sea que no existe aceleración en el eje x .

C) El movimiento vertical del proyectil sucede con velocidad variable, o sea que al comienzo la velocidad vertical v_y es cero y va aumentando progresivamente, recorriendo distancias cada vez mayores en intervalos iguales de tiempo, o sea que el movimiento es uniformemente variado con una aceleración igual a la aceleración de la gravedad g .

D) Un objeto lanzado horizontalmente alcanza el suelo en el mismo tiempo que un objeto dejado caer libremente desde esa misma altura.

E) En cualquier punto de la trayectoria, el vector de la velocidad v en cada instante siempre es tangente a la trayectoria, es decir que la velocidad final tiene dos componentes: v_x y v_y .

11. ECUACIONES DEL LANZAMIENTO HORIZONTAL

A) Como el lanzamiento horizontal se produce con velocidad inicial v_{ix} , la cual es constante, la componente v_x de la velocidad del proyectil en el eje x coincide con la velocidad de disparo v_{ix} , o sea: $v_x = v_{ix}$.

B) Como $v_x = \frac{x}{t}$, entonces: $x = v_x t$, o sea que la coordenada de la posición en el eje x será: $x = v_{ix} \cdot t$.

C) Como el movimiento rectilíneo vertical es un movimiento de caída libre, con velocidad inicial $v_{iy} = 0$, la componente v_y de la velocidad del proyectil en el eje y coincide con la velocidad de caída libre, es decir:

$$v_y = v_{iy} - gt = 0 - gt = -gt, \quad \text{o sea:} \quad v_y = -g \cdot t.$$

D) La coordenada de la posición en el eje y será:

$$y = v_{iy}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0t - \frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}gt^2, \quad \text{es decir:} \quad y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

E) Como: $y = -\frac{1}{2}gt^2$, entonces, **el tiempo de vuelo**, o sea el tiempo que el

cuerpo demora en caer al suelo será: $t_{tot} = \sqrt{-\frac{2y}{g}}$.

F) El **alcance** es la distancia horizontal máxima alcanzada por el proyectil:

$$x = v_{ix} \cdot t_{tot}.$$

G) La **velocidad tangencial o velocidad instantánea** v será igual a la raíz cuadrada de la suma de las componentes de la velocidad v_x y v_y , es decir:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$